Solución de Problemas de Programación Lineal

Método Simplex II

Luis Norberto Zúñiga Morales

13 de febrero de 2023

Contenido

Introducción

- En la presentación pasada se introdujeron algunas reglas del método símplex.
- Sin embargo, en algunas situaciones no es claro cómo tomar una decisión.
- Vamos a explorar casos que se pueden dar y cómo proceder en dichas situaciones.

Rompimiento de empates en el método símplex

- Es posible que se generen situaciones de empate durante el método símplex:
  - Empate de la variable básica entrante
  - Empate de la variable básica que sale
  - Cuando no hay variable básica saliente
  - Soluciones óptimas múltiples

Empate de la variable básica entrante

- Para elegir la variable básica que entra, se elige la variable no básica que tenga el coeficiente negativo con el mayor valor absoluto en Z:

$$Z - c_1 x_1 - c_2 x_2 = 0$$

Empate de la variable básica entrante

- Para elegir la variable básica que entra, se elige la variable no básica que tenga el coeficiente negativo con el mayor valor absoluto en Z:

$$Z - c_1 x_1 - c_2 x_2 = 0$$

- ¿Qué sucede si dos o más variables no básicas **tienen el coeficiente negativo más grande**?

Empate de la variable básica entrante

- Para elegir la variable básica que entra, se elige la variable no básica que tenga el coeficiente negativo con el mayor valor absoluto en Z:
$$Z - c_1 x_1 - c_2 x_2 = 0$$
- ¿Qué sucede si dos o más variables no básicas **tienen el coeficiente negativo más grande**?
- En el problema de la Wyndor Glass Co., si la función objetivo fuera
$$Z = 3x_1 + 3x_2$$
se puede elegir entre las dos variables básicas de **manera arbitraria.**

Empate de la variable básica entrante

Lo anterior tiene algunos detalles:

- Tarde o temprano se llega a una solución óptima, sin importar qué variable se eliga.
- No existe un método para predecir que variable conduce a la solución óptima con mayor rapidez.

Empate de la variable básica que sale

Vamos a suponer que el empate ahora se da al momento de elegir la variable básica que sale:

- ¿Importa cuál se escoge? Sí. En primer lugar, todas las variables empatadas se hacen cero al mismo tiempo conforme aumenta el valor de la variable entrante.
- Aquellas que no se eligieron como variable básica saliente también tendrán un valor de cero en la nueva solución BF.
- Las variables básicas con valor de cero se llaman **degeneradas**.

Empate de la variable básica que sale

- Segundo. Si una de estas variables básicas degeneradas sigue con valor de cero hasta que se selecciona como variable básica que sale en una iteración posterior, la variable básica entrante deberá también quedar con valor de cero ya que no puede crecer sin que la variable básica que sale se vuelva negativa.
- Por lo tanto, el valor de Z no cambia.

Empate de la variable básica que sale

- Tercero. Si Z permanece igual en lugar de mejorar en cada iteración, el método símplex puede caer en un ciclo que repite la misma secuencia de soluciones en forma periódica.
- Es decir, entra en un ciclo infinito y no se llega a una solución.
- Aunque posible, en práctica muy rara vez ocurren este tipo de ciclos perpetuos.

Cuando no ha variable básica saliente

Existe otra situación que puede pasar durante el método símplex: *cuando ninguna variable califica como variable básica saliente*.

- Esta situación puede ocurrir si la variable básica entrante puede crecer de manera **indefinida** sin que **ninguna** de las variables básicas actuales adquiera valores negativos.
- En la forma tabular, esto significa que **todos** los coeficientes de la columna pivote son negativos o cero (a excepción del renglón 0 relacionado con Z).

Cuando no ha variable básica saliente

Cuadro: En este caso la columna pivote es x_2, por lo que en la prueba del cociente mínimo se concluye que el valor de x_2 puede aumentar de manera indefinida sin salir de la región factible.

Var. básica	Ec.	Coeficiente de: Z	x_1	x_2	x_3	Lado der.	Cociente
Z	(0)	1	-3	-5	0	0	
x_3	(1)	0	1	$\boxed{0}$	1	4	Ninguno

- Las restricciones no impiden el crecimiento indefinido de Z, por lo que Z no es acotada.
- *¡Ganancias infinitas!*

Soluciones óptimas múltiples

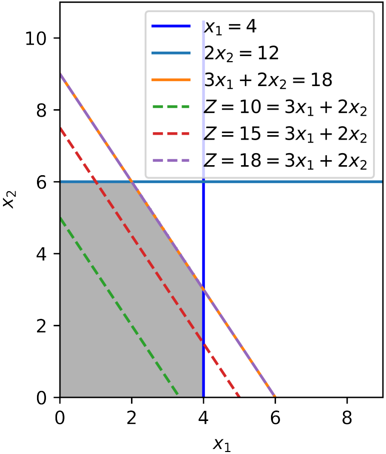
- Consideremos el problema de la Wyndor Glass Co. pero ahora la función objetivo tiene la forma

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

- Como se puede apreciar, todos los puntos en el segmento de recta entre (2,6) y (4,3) son óptimos.

- Es decir, todas las soluciones son un promedio ponderado de estas dos soluciones:

$$(x_1, x_2) = \lambda(2,6) + (1-\lambda)(4,3)$$



Soluciones óptimas múltiples

El método símplex encuentra una solución BF óptima. Para detectar si existen otras:

Soluciones óptimas múltiples

- Siempre que un problema tiene más de una solución BF óptima, al menos una variable no básica tiene coeficiente cero en el renglón (0) final, de manera que si aumenta su valor, el valor de la función Z no cambia.
- Por lo tanto, otra soluciones BF óptimas se pueden identificar mediante iteraciones adicionales del método símplex en las que cada vez se elige una variable no básica con coeficiente cero como variable básica entrante.

Soluciones óptimas múltiples

Ejercicio

Resolver el siguiente problema:

$$
\begin{aligned}
\max_{x_1, x_2} \quad & Z = 3x_1 + 2x_2 \\
\text{s. a.} \quad & x_1 \leq 4 \\
& 2x_2 \leq 12 \\
& 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\
& x1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Adaptación a otras formas del modelo

Hasta el momento, hemos trabajado en un mundo ideal de la programación lineal:

- El problema se encuentra en su forma estándar.
- Maximizar Z sujeta a restricciones funcionales de la forma $\leq$ y restricciones de no negatividad sobre todas las variables.
- Además, $b_i \geq 0$ para toda i.

Adaptación a otras formas del modelo

Vamos a trabajar con ls restricciones funcionales más complicadas:

- Formas con = o $\geq$.
- Formas con lados derechos negativos.

El primer paso que hemos manejado hasta el momento es identificar la **solución inicial básica factible**.

- Antes era sencillo, ya que al hacer las variables de holgura las *variables básicas iniciales*, donde cada una era igual a la constante *no negativa* del lado derecho de la ecuación correspondiente.

¿Ahora?

Vamos a introducir la técnica de variables artificiales.

Técnica de variables artificiales

- Construye un problema artificial más conveniente mediante la introducción de una variable ficticia llamada **variable artificial**.
- Esta nueva variable se introduce sólo con el fin de que sea la varibale básica inicial de esa ecuación.
- Se mantienen las restricciones de no negatividad, y la función objetivo se modifica para que imponga una penalización enorme en el caso de que adquieran valores mayores a cero.
- El método símplex se encarga de volverlas cero.

Restricciones en forma de igualdad

Ya discutimos que cualquier restricción en forma de igualdad

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i$$

es equivalente a

$$\begin{aligned} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n &\leq b_i \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n &\geq b_i \end{aligned}$$

Al hacer esto, se incrementar el número de restricciones. Es más conveniente utilizar la técnica de la variable artificial.

Restricciones en forma de igualdad

Supongamos que el problema de la Wyndor Glass Co. se modifica de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
\max_{x_1, x_2} \quad & Z = 3x_1 + 5x_2 \\
\text{s. a.} \quad & x_1 \leq 4 \\
& 2x_2 \leq 12 \\
& 3x_1 + 2x_2 = 18 \\
& x1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Restricciones en forma de igualdad

Supongamos que el problema de la Wyndor Glass Co. se modifica de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
\max_{x_1, x_2} \quad & Z = 3x_1 + 5x_2 \\
\text{s. a.} \quad & x_1 \leq 4 \\
& 2x_2 \leq 12 \\
& 3x_1 + 2x_2 = 18 \\
& x1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Ejercicio

¿Como resulta la región factible al hacer este pequeño cambio?

Restricciones en forma de igualdad

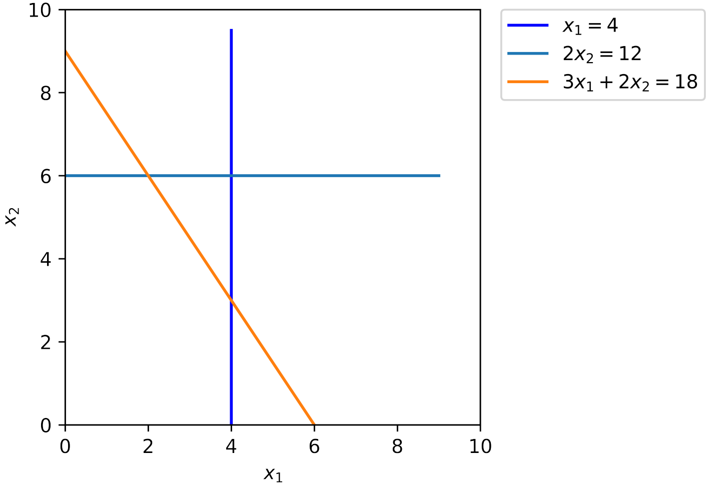


Figura: La nueva región factible se convierte **únicamente** en el segmento de recta entre (2,6) y (4,3).

Restricciones en forma de igualdad

Seguramente piensan "*Tío, pero si ya tiene forma de igualdad y precisamente para eso se agregan las variables de holgura a las restricciones, ¿qué mas da? A darle.*"

Restricciones en forma de igualdad

Seguramente piensan "*Tío, pero si ya tiene forma de igualdad y precisamente para eso se agregan las variables de holgura a las restricciones, ¿qué mas da? A darle.*"

Ejercicio

Vamos a construir el sistema:

$$
\begin{array}{rrrrl}
Z - 3x_1 & -5x_2 & & & = 0 \\
x_1 & & + \boldsymbol{x_3} & & = 4 \\
 & 2\boldsymbol{x_2} & & +x_4 & = 12 \\
3x_1 & +2\boldsymbol{x_2} & & & = 18
\end{array}
$$

¿El sistema de ecuaciones con las variables de holgura tiene solución BF inicial?

Restricciones en forma de igualdad

Solución

- No tiene solución BF inicial obvia ya que en la tercera ecuación no se cuenta con la variable de holgura para usar como variable básica inicial.
- El método símplex requiere una solución BF inicial.

La respuesta yace en construir un problema artificial que tenga la misma solución óptima que el problema real, pero con ciertas modificaciones:

1. Se aplica la técnica de la variable artificial mediante la introducción de una variable artificial no negativa (denotada por $\bar{x}_5$), similar a una variable de holgura:

$$3x_1 + 2x_2 + \bar{x}_5 = 18$$

2. Se asigna una **penalización enorme** al hecho de tener $\bar{x}_5 \geq 0$para cambiar la función objetivo:

$$Z = 3x_1 + 5x_2 - M\bar{x}_5$$

donde M representa dicha penalización mediante un número positivo muy, muy grande.

A este método que obliga a $\bar{x}_5$ hasta llegar a $\bar{x}_5 = 0$ en la solución óptima se llama **método de la gran M.**

Ahora, vamos a determinar la solución BF inicial:

Variables no básicas	$x_1 = 0$, $x_2 = 0$
Variables básicas	x_3=4, $x_4 = 12$, $\bar{x}_5 = 18$

Como $\bar{x}_5$ asume el papel de la variable de holgura en la tercera restricción del problema artificial, esta restricción es equivalente a $3x_1 + 2x_2 \leq 18$

El problema real

$$
\begin{aligned}
\max_{x_1, x_2} \quad & Z = 3x_1 + 5x_2 \\
\text{s. a.} \quad & x_1 \leq 4 \\
& 2x_2 \leq 12 \\
& 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\
& x1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

El problema artificial

$$
\begin{aligned}
\text{Definir} \quad & \bar{x}_5 = 18 - 3x_1 - 2x_2 \\
\max_{x_1, x_2} \quad & Z = 3x_1 + 5x_2 - M\bar{x}_5 \\
\text{s. a.} \quad & x_1 \leq 4 \\
& 2x_2 \leq 12 \\
& 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\
\text{(así} \quad & 3x_1 + 2x_2 + \bar{x}_5 = 18) \\
& x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \bar{x}_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

Restricciones en forma de igualdad
Conversión de la ecuación de Z a la forma apropiada

El sistema de ecuaciones después de aumentar el problema artificial es

$$
\begin{array}{rrrrrr}
Z - 3x_1 & -5x_2 & & & +M\bar{x}_5 & = 0 \\
x_1 & & +\boldsymbol{x_3} & & & = 4 \\
 & 2x_2 & & +\boldsymbol{x_4} & & = 12 \\
3x_1 & +2x_2 & & & +\boldsymbol{\bar{x}_5} & = 18
\end{array}
$$

donde las variables básicas iniciales $(x_3, x_4, \bar{x}_5)$ se muestran en negritas.

Este sistema todavía no está en la forma apropiada de eliminación de Gauss porque el coeficiente de $\bar{x}_5$ es diferente de cero en la ecuación de Z.

Restricciones en forma de igualdad

Conversión de la ecuación de Z a la forma apropiada

Para eliminar algebraicamente $\bar{x}_5$ de la ecuación de Z, se resta de esta ecuación la ecuación 3 multiplicada por M.

$$
\begin{array}{llll}
Z - 3x_1 & & -5x_2 + M\bar{x}_5 & = 0 \\
\quad - M(3x_1) & & -M(2x_2) - M\bar{x}_5 & = -18M \\
\hline
Z - (3M+3)x_1 & -(2M+5)x_2 & & = -18M
\end{array}
$$

Esta nueva ecuación para Z se encuentra sólo en términos de las variables no básicas (x_1, x_2):

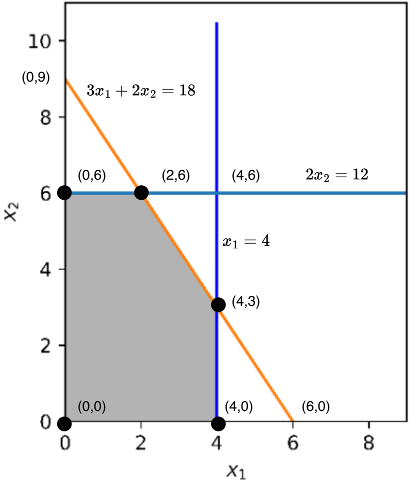
$$Z = -18M + (3M + 3)x_1 + (2M + 5)x_2$$

Ahora, como $3M + 3 > 2M + 5$, si se aumenta x_1, Z crece a una tasa más rápida que si se aumentara x_2. Por lo tanto, **se elige x_1 como variable básica entrante.**

En el problema original, se eligió x_2 como la variable que entraba, es decir, ¡vamos en dirección opuesta¡

Restricciones en forma de igualdad

Aplicación del método símplex



- Las cantidades que incluyen el valor de M nunca aparecen en el sistema de ecuaciones en otro renglón que no sea el (0).
- Por lo tanto, sólo tienen que tomarse en cuenta en la prueba de optimalidad y en el momento de determinar la variable básica entrante.
- Recuerden, M es un valor numérico enorme, desarrollen el método símplex que saben con eso mente.
- Una nota más: si tienen que comparar algo de la forma $aM + b$, piensen que b es insignificante comparado con el término aM, por lo que basta comparar términos de esa forma. Si existe un empate en el término aM, se consideran los valores de b.

Ejercicio

Resolver el problema de variables artificiales usando el método símplex.

Iteración	Var. básica	Ec.	Coeficiente de: Z	x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}_5$	Lado der.
0	Z	(0)	1	-3M-3	-2M-5	0	0	0	-18M
	x_3	(1)	0	1	0	1	0	0	4
	x_4	(2)	0	0	2	0	1	0	12
	$\bar{x}_5$	(3)	0	3	2	0	0	1	18

Restricciones en forma de igualdad

Aplicación del método símplex

It.	Var. bás.	Ec.	Coeficiente de: Z	x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}_5$	Lado der.
0	Z	(0)	1	-3M-3	-2M-5	0	0	0	-18M
	x_3	(1)	0	1	0	1	0	0	4
	x_4	(2)	0	0	2	0	1	0	12
	$\bar{x}_5$	(3)	0	3	2	0	0	1	18
1	Z	(0)	1	0	-2M-5	3M+3	0	0	-6M+12
	x_1	(1)	0	1	0	1	0	0	4
	x_4	(2)	0	0	2	0	1	0	12
	$\bar{x}_5$	(3)	0	0	2	-3	0	1	6

Restricciones en forma de igualdad

Aplicación del método símplex

It.	Var. bás.	Ec.	Coeficiente de: Z	x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}_5$	Lado der.
0	Z	(0)	1	-3M-3	-2M-5	0	0	0	-18M
	x_3	(1)	0	1	0	1	0	0	4
	x_4	(2)	0	0	2	0	1	0	12
	$\bar{x}_5$	(3)	0	3	2	0	0	1	18
1	Z	(0)	1	0	-2M-5	3M+3	0	0	-6M+12
	x_1	(1)	0	1	0	1	0	0	4
	x_4	(2)	0	0	2	0	1	0	12
	$\bar{x}_5$	(3)	0	0	2	-3	0	1	6
2	Z	(0)	1	0	0	-9/2	0	M+5/2	27
	x_1	(1)	0	1	0	1	0	0	4
	x_4	(2)	0	0	0	3	1	-1	6
	x_2	(3)	0	0	1	-3/2	0	1/2	3

Restricciones en forma de igualdad

Aplicación del método símplex

It.	Var. bás.	Ec.	Coeficiente de: Z	x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}_5$	Lado der.
2	Z	(0)	1	0	0	-9/2	0	M+5/2	27
	x_1	(1)	0	1	0	1	0	0	4
	x_4	(2)	0	0	0	3	1	-1	6
	x_2	(3)	0	0	1	-3/2	0	1/2	3
3	Z	(0)	1	1	0	0	3/2	M+1	36
	x_1	(1)	0	0	0	0	-1/3	1/3	2
	x_3	(2)	0	0	0	1	1/3	-1/3	2
	x_2	(3)	0	0	1	0	1/2	0	6

Lados derechos negativos

- La forma más sencilla para manejar una restricción donde el lado derecho es negativo (b_i) es multiplicar ambos lados por -1.
- Noten que esto ocasiona que las desigualdades cambien de orientación:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\leq -1 \\ \Rightarrow & \\ -x_1 + x_2 &\geq 1 \end{aligned}$$

- De esta manera, el método símplex ya puede comenzar por que estos valores corresponden a las variables básicas iniciales, que deben satisfacer el supuesto de no negatividad.
- Pero, ahora tenemos que lidiar con restricciones dle tipo $\geq$.

Restricciones funcionales de la forma $\geq$

Vamos a considerar el siguiente problema de optimización lineal:

$$
\begin{aligned}
\min_{x_1, x_2} \quad & Z = 0.4x_1 + 0.5x_2 \\
\text{s. a.} \quad & 0.3x_1 + 0.1x_2 \leq 2.7 \\
& 0.5x_1 + 0.5x_2 = 6 \\
& 0.6x_1 + 0.4x_2 \geq 6 \\
& x1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Ejercicio

¿Cómo se ve la región factible? Cada uno grafique una restricción y veamos que sale.

Restricciones funcionales de la forma $\geq$

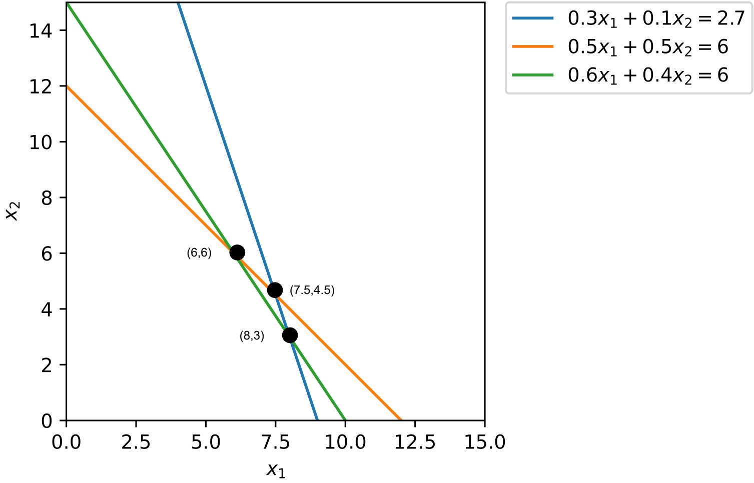


Figura: La región factible se encuentra en el segmento generado por los puntos (6,6) y (7.5,4.5), las únicas dos soluciones FEV. El óptimo se encuentra en (7.5,4.5) con $Z = 5.25$.

Restricciones funcionales de la forma $\geq$

Para resolver este problema, tenemos que enfocarnos en la tercera restricción

$$0.6x_1 + 0.4x_2 \geq 6$$

y agregar dos variables:

- una de **exceso** x_5 que la convierte en una ecuación

$$0.6x_1 + 0.4x_2 - x_5 = 6$$

- y después una **artificial** $\bar{x}_6$:

$$0.6x_1 + 0.4x_2 - x_5 + \bar{x}_6 = 6$$

donde $x_5 \geq 0$, $\bar{x}_6 \geq 0$.

Restricciones funcionales de la forma $\geq$

Pregunta

¿Por qué la variable x_5 adquiere el nombre de variable de exceso?

Restricciones funcionales de la forma $\geq$

Pregunta

¿Por qué la variable x_5 adquiere el nombre de variable de exceso?

Respuesta

Porque resta el excedente del lazo izquierdo sobre el derecho para convertir la restricción de desigualdad en una de igualdad equivalente.

Restricciones funcionales de la forma $\geq$

Ejercicio

¿Cómo se ve el problema en su forma aumentada? Vamos a aplicar lo que sabemos hasta el momento.

$$
\begin{aligned}
\min_{x_1, x_2} \quad & Z = 0.4x_1 + 0.5x_2 \\
\text{s. a.} \quad & 0.3x_1 + 0.1x_2 \leq 2.7 \\
& 0.5x_1 + 0.5x_2 = 6 \\
& 0.6x_1 + 0.4x_2 \geq 6 \\
& x1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Restricciones funcionales de la forma $\geq$

Solución

$$
\begin{array}{lllllll}
\min\limits_{x_1,x_2} & Z = 0.4x_1 & +0.5x_2 & & +M\bar{x}_4 & & +M\bar{x}_6 \\
\text{s. a.} & 0.3x_1 & +0.1x_2 + x_3 & & & & = 2.7 \\
 & 0.5x_1 & +0.5x_2 & & +\bar{x}_4 & & = 6 \\
 & 0.6x_1 & +0.4x_2 & & & -x_5 & +\bar{x}_6 = 6 \\
 & x1 \geq 0, & x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, & & \bar{x}_4 \geq 0, x_5 \geq 0, & & \bar{x}_6 \geq 0
\end{array}
$$

- Noten que ahora los coeficientes de las variables artificiales en la función objetivo son $+M$ (en lugar de $-M$) por que ahora **se debe minimizar** Z.
- Similar al caso anterior, la penalización enorme de M evita que las variables artificiales $\bar{x}_4$ y $\bar{x}_6$ sean parte de la solución factible.
- ¿Y la parte de **minimizar**?

Minimización

- Existen dos opciones para atacar el problema de minimización.
- Hillier y Lieberman utiliza la opción de convertir un problema de minimización en uno equivalente de maximización. Es decir,

$$\text{minimizar} \quad Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

es equivalente a

$$\text{maximizar} \quad -Z = \sum_{j=1}^{n} (-c_j) x_j.$$

- Ambas formulaciones llevan a la(s) misma(s) solución(es) óptima(s).

Minimización

- Por lo tanto, en el ejemplo, se debe hacer el siguiente cambio en la formulación:

$$\begin{array}{rlrr} & \text{Minimizar} & Z = 0.4x_1 & +0.5x_2 \\ \rightarrow & \text{Maximizar} & -Z = -0.4x_1 & -0.5x_2 \end{array}$$

- Después de introducir las variables aritificiales $\bar{x}_4$ y $\bar{x}_6$ y de aplicar el método de la gran M, la versión final es

$$\begin{array}{rlrrr} & \text{Minimizar} & Z = 0.4x_1 & +0.5x_2 + M\bar{x}_4 & +M\bar{x}_6 \\ \rightarrow & \text{Maximizar} & -Z = -0.4x_1 & -0.5x_2 - M\bar{x}_4 & -M\bar{x}_6 \end{array}$$

Solución del ejemplo

¡Ya casi estamos listos para resolver el problema! El sistema que tenemos hasta el momento, incorporando todo lo que ahora sabemos, es:

$$
\begin{array}{lllllll}
(0) & -Z + & 0.4x_1 + 0.5x_2 & & +M\bar{x}_4 & +M\bar{x}_6 & = 0 \\
(1) & & 0.3x_1 + 0.1x_2 & +\boldsymbol{x_3} & & & = 2.7 \\
(2) & & 0.5x_1 + 0.5x_2 & & +\boldsymbol{\bar{x}_4} & & = 6 \\
(3) & & 0.6x_1 + 0.4x_2 & & & -x_5 + \boldsymbol{\bar{x}_6} & = 6
\end{array}
$$

donde las variables básicas $(x_3, \bar{x}_4, \bar{x}_6)$ de la solución BF inicial se muestran en **negritas.**

Ejercicio

El sistema todavía no se encuentra en la forma apropiada de eliminación gaussiana para iniciar el método símplex: se deben eliminar las variables básicas $\bar{x}_4$ y $\bar{x}_6$ de la ecuación (0).

$$
\begin{array}{llllllll}
(0) & -Z+ & 0.4x_1 + 0.5x_2 & & +M\bar{x}_4 & & +M\bar{x}_6 & = 0 \\
(1) & & 0.3x_1 + 0.1x_2 & +\boldsymbol{x_3} & & & & = 2.7 \\
(2) & & 0.5x_1 + 0.5x_2 & & +\boldsymbol{\bar{x}_4} & & & = 6 \\
(3) & & 0.6x_1 + 0.4x_2 & & & -x_5 & +\boldsymbol{\bar{x}_6} & = 6
\end{array}
$$

Tip: Se debe restar de la ecuación (0) las ecuaciones (2) y (3), ambas multiplicadas por M.

Solución del ejemplo

Solución

El nuevo renglón (0) es

$$0 = (-1.1M + 0.4)x_1 + (-0.9M + 0.5)x_2 + 0x_3 + 0\bar{x}_4 + Mx_5 + 0\bar{x}_6 - 12M$$

Por lo tanto, la primera iteración se ve de la siguiente manera:

Iteración	Var. Bás.	Ec.	Coeficiente de: Z	x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_4$	x_5	$\bar{x}_6$	Lado Der.
0	Z	(0)	-1	-1.1M+0.4	-0.9M+0.5	0	0	M	0	-12M
	x_3	(1)	0	0.3	0.1	1	0	0	0	2.7
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0.5	0.5	0	1	0	0	6
	$\bar{x}_6$	(3)	0	0.6	0.4	0	0	-1	1	6

Solución del ejemplo

Iteración	Var. Bás.	Ec.	Z	x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_4$	x_5	$\bar{x}_6$	Lado Der.
			Coeficiente de:							
0	Z	(0)	-1	-1.1M+0.4	-0.9M+0.5	0	0	M	0	-12M
	x_3	(1)	0	0.3	0.1	1	0	0	0	2.7
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0.5	0.5	0	1	0	0	6
	$\bar{x}_6$	(3)	0	0.6	0.4	0	0	-1	1	6
1	Z	(0)	-1	0	$-\frac{16}{30}M + \frac{11}{30}$	$\frac{11}{3}M - \frac{4}{3}$	0	M	0	-2.1M-3.6
	x_1	(1)	0	1	1/3	10/3	0	0	0	9
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0	1/3	-5/3	1	0	0	1.5
	$\bar{x}_6$	(3)	0	0	0.2	-2	0	-1	1	0.6

Solución del ejemplo

Iter.	Var. Bás.	Ec.	Z	x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_4$	x_5	$\bar{x}_6$	Lado Der.
0	Z	(0)	-1	-1.1M+0.4	-0.9M+0.5	0	0	M	0	-12M
	x_3	(1)	0	0.3	0.1	1	0	0	0	2.7
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0.5	0.5	0	1	0	0	6
	$\bar{x}_6$	(3)	0	0.6	0.4	0	0	-1	1	6
1	Z	(0)	-1	0	$-\frac{16}{30}M + \frac{11}{30}$	$\frac{11}{3}M - \frac{4}{3}$	0	M	0	-2.1M-3.6
	x_1	(1)	0	1	1/3	10/3	0	0	0	9
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0	1/3	-5/3	1	0	0	1.5
	$\bar{x}_6$	(3)	0	0	0.2	-2	0	-1	1	0.6
2	Z	(0)	-1	0	0	$-\frac{5}{3}M + \frac{7}{3}$	0	$-\frac{5}{3}M + \frac{11}{6}$	$\frac{8}{3}M - \frac{11}{6}$	-0.5M-4.7
	x_1	(1)	0	1	0	20/3	0	5/3	-5/3	8
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0	0	5/3	1	5/3	-5/3	0.5
	x_2	(3)	0	0	1	-10	0	-5	5	3

Solución del ejemplo

Iter.	Var. Bás.	Ec.	Z	x_1	x_2	x_3	$\bar{x}_4$	x_5	$\bar{x}_6$	Lado Der.
			Coeficiente de:							
0	Z	(0)	-1	-1.1M+0.4	-0.9M+0.5	0	0	M	0	-12M
	x_3	(1)	0	0.3	0.1	1	0	0	0	2.7
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0.5	0.5	0	1	0	0	6
	$\bar{x}_6$	(3)	0	0.6	0.4	0	0	-1	1	6
1	Z	(0)	-1	0	$-\frac{16}{30}$M + $\frac{11}{30}$	$\frac{11}{3}$M - $\frac{4}{3}$	0	M	0	-2.1M-3.6
	x_1	(1)	0	1	1/3	10/3	0	0	0	9
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0	1/3	-5/3	1	0	0	1.5
	$\bar{x}_6$	(3)	0	0	0.2	-2	0	-1	1	0.6
2	Z	(0)	-1	0	0	$-\frac{5}{3}$M + $\frac{7}{3}$	0	$-\frac{5}{3}$M + $\frac{11}{6}$	$\frac{8}{3}$M - $\frac{11}{6}$	-0.5M-4.7
	x_1	(1)	0	1	0	20/3	0	5/3	-5/3	8
	$\bar{x}_4$	(2)	0	0	0	5/3	1	5/3	-5/3	0.5
	x_2	(3)	0	0	1	-10	0	-5	5	3
3	Z	(0)	-1	0	0	0.5	M-1.1	0	M	-5.25
	x_1	(1)	0	1	0	5	-1	0	0	7.5
	x_5	(2)	0	0	0	1	0.6	1	-1	0.3
	x_2	(3)	0	0	1	-5	3	0	0	4.5